
ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА	5
ОТ РЕДАКТОРА ЭНЦИКЛОПЕДИИ	7
ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА СЕРИИ	8
ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА	28
Глава 1. УРАВНЕНИЕ ГЕЛЬМГОЛЬЦА	33
1.0. Введение	33
1.1. Группа симметрии уравнения Гельмгольца	34
1.2. Разделение переменных для уравнения Гельмгольца	42
1.3. Формулы разложения, связывающие решения с разделенными переменными	56
1.4. Разделение переменных для уравнения Клейна — Гордона	74
1.5. Формулы разложения для решений уравнения Клейна — Гордона	83
1.6. Комплексное уравнение Гельмгольца	95
1.7. Метод Вейснера для комплексного уравнения Гельмгольца	100
Упражнения	109
Глава 2. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА И УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ	111
2.1. Разделение переменных для уравнения Шредингера $(i\partial_t + \partial_{xx})\Psi(t, x) = 0$	111
2.2. Уравнение теплопроводности $(\partial_t - \partial_{xx})\Phi = 0$	132
2.3. Разделение переменных для уравнения Шредингера $(i\partial_t + \partial_{xx} - a/x^2)\Psi = 0$	146
2.4. Комплексное уравнение $(\partial_\tau - \partial_{xx} + a/x^2)\Phi(\tau, x) = 0$	154
2.5. Разделение переменных для уравнения Шредингера $(i\partial_t + \partial_{xx} + \partial_{yy})\Psi = 0$	162
2.6. Базисы и матричные элементы смешанных базисов для уравнения Шредингера	178
2.7. Вещественное и комплексное уравнения теплопроводности $(\partial_t - \partial_{xx} - \partial_{yy})\Phi = 0$	188
2.8. Заключительные замечания	203
Упражнения	206
Глава 3. УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА И ЛАПЛАСА С ТРЕМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ	207
3.1. Уравнение Гельмгольца $(\Delta_3 + \omega^2)\Psi = 0$	207
3.2. Модель гильбертова пространства: сфера S_2	217

3.3. Многочлены и функции Ламе на сфере	231
3.4. Формулы разложения для решений с разделенными переменными уравнения Гельмгольца	239
3.5. Модели негильбертовых пространств для решений уравнения Гельмгольца	242
3.6. Уравнение Лапласа $\Delta_3 \Psi = 0$	252
3.7. Тождества для решений с разделенными переменными уравнения Лапласа	263
Упражнения	272
Глава 4. ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ	273
4.1. Уравнение $\Psi_{tt} - \Delta_2 \Psi = 0$	273
4.2. Оператор Лапласа на сфере	280
4.3. Диагонализация операторов P_0, P_2 и D	284
4.4. Уравнение Шредингера и уравнение Эйлера — Пуассона — Дарбу	288
4.5. Волновое уравнение $(\partial_{tt} - \Delta_3) \Psi(x) = 0$	292
Упражнения	295
Глава 5. ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЕ ОБОБЩЕНИЯ	296
5.1. Функции Лауричеллы F_D	296
5.2. Формулы преобразований и производящие функции для функций F_D	303
Упражнения	308
Приложение А. ГРУППЫ И АЛГЕБРЫ ЛИ	310
Приложение Б. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА СПЕЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ	315
Приложение В. ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ	324
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	326
ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ	333
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	336